Lösungen - Kapitel 5

Lösung Aufgabe 5.11.

Die beiden halbkreisförmigen Anbauten ergeben zusammen einen Vollkreis.
Sein Durchmesser beträgt 5,00 m.

Variablennamen:
Profillänge = p
Abmessung/außen = a
Abmessung/Patio = x

a. $p = \pi \cdot d + 3 \cdot a + 5 \cdot x$

$p = \pi \cdot 5{,}00\,m + 3 \cdot 15{,}00\,m + 5 \cdot 5{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{p = 85{,}71\,m} \ (85{,}7079...)}}$

b. $A = A_{Quadrat} + A_{Kreis} - A_{Patio}$

$A = a^2 + \frac{\pi}{4} \cdot d^2 - x^2$

$A = (15{,}00\,m)^2 + \frac{\pi}{4} \cdot (5{,}00\,m)^2 - (5{,}00\,m)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 219{,}63\,m^2} \ (219{,}6349...)}}$

Lösung Aufgabe 5.12.

Der Anbau ist ein Dreiviertelkreis. Somit sind von Umfang bzw. Flächeninhalt
drei Viertel des Vollkreises zu berechnen.

$l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{3}{4}$

$l = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}50\,m \cdot \frac{3}{4}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{l = 16{,}49\,m} \ (16{,}4933...)}}$

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{3}{4}$

$A = \pi \cdot (3{,}50\,m)^2 \cdot \frac{3}{4}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A = 28{,}86\,m^2} \ (28{,}8633...)}}$

Lösung Aufgabe 5.13.

In beiden Teilaufgaben werden die Formeln für den Kreis bzw. das Kreissegment in angepasster Form verwendet (siehe Übersicht, Kapitel 5.3. Tabelle).

a. Die Fläche der Terrasse A_T wird hier berechnet, indem man die Fläche des Kreises mit einem Radius von 4,25 m berechnet und halbiert.

$A_T = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{2}$

$A_T = \pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{1}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_T = 28{,}37\,m^2} \ (28{,}372509...)}}$

b. Die Balkongrundfläche A_B wird hier berechnet, indem man den Flächeninhalt A_T der Terrasse (Halbkreis) um das am Balkon „fehlende" Kreissegment verringert.

$A_B = A_T - A_{KREISSEGMENT}$

$A_B = A_T - (A_{KREISSEKTOR} - A_{DREIECK})$

$A_B = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{2} - \left(\pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha\right)$

$A_B = \pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{1}{2} - \left(\pi \cdot (4{,}25\,m)^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 4{,}25\,m \cdot 4{,}25\,m \cdot \sin 120^\circ\right)$

$A_B = 28{,}3725...\,m^2 - (18{,}9150...\,m^2 - 7{,}8212...\,m^2)$

$A_B = 28{,}3725...\,m^2 - 18{,}9150...\,m^2 + 7{,}8212...\,m^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_B = 17{,}28\,m^2} \ (17{,}2787...)}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c jeweils den Oberflächeninhalt A_O und das Volumen V.

Rechteck	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
Kante a in m	2	2	9	8	0,40	1,50	0,80	6,00
Kante b in m	3	2	7	6	0,60	3,00	2,50	1,20
Kante c in m	4	2	5	3	0,30	5,00	3,00	1,20
Berechne:								
A_O in m²	**52**	**24**	**286**	**180**	**1,080**	**54,00**	**23,80**	**31,68**
V in m³	**24**	**8**	**315**	**144**	**0,072**	**22,50**	**6,00**	**8,64**

kennzeichnet zu berechnende Werte

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Quader mit den Kanten a, b und c, dem Oberflächeninhalt A_O und dem Volumen V die jeweils fehlenden Werte.

Rechteck	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
Kante a in m	3	3	3	6	**6**	**12**	0,3	1,2
Kante b in m	4	3	**2**	**7**	8	5	0,4	**0,8**
Kante c in m	**5**	**3**	1	8	10	7	**2,0**	0,9
Berechne:								
A_O in m²	**94**	54	**22**	292	**376**	358	**3,04**	5,52
V in m³	60	**27**	6	**336**	480	**420**	0,240	**0,864**

kennzeichnet zu berechnende Werte

Arbeit und Leben

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.2.

$A_O = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot h$

$A_O = 2 \cdot \left(0{,}92\,m\right)^2 + 4 \cdot 0{,}92\,m \cdot 1{,}35\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_O = 6{,}66\,m^2\ \left(6{,}6608...\right)}}$

$V = a^2 \cdot h$

$V = \left(0{,}92\,m\right)^2 \cdot 1{,}35\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{V = 1{,}14\,m^3\ \left(1{,}14264...\right)}}$

Lösung Aufgabe 6.3.

a. $A_O = 6 \cdot a^2$

$A_O = 6 \cdot \left(8{,}6\,dm\right)^2$

$A_O = 443{,}76\,dm^2 = 4{,}4376\,m^2$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_O = 4{,}44\,m^2}}$

$V = a^3$

$V = \left(8{,}6\,dm\right)^3$

$V = 636{,}056\,dm^3 = 636{,}056\,l$

Lösung: $\underline{\mathbf{V = 636{,}06\,l}}$

b. Die Länge der Raumdiagonale entweder über „doppelte" Anwendung des Pythagoras mittels Flächendiagonale berechnen oder die Formel zur Berechnung der Raumdiagonale f aus Formelsammlungen finden.

$f = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3 \cdot a^2} = \sqrt{3} \cdot a$

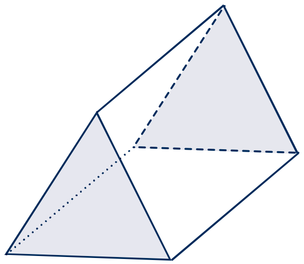
$f = \sqrt{3} \cdot 8{,}6\,dm$

$f = 14{,}8956...\,dm = 1{,}48956...\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{f = 1{,}49\,m}}$

Lösung Aufgabe 6.4.

Da der Giebel ein **gleichseitiges Dreieck** (hellblau) ist, ist die Sparrenlänge S gleich der Dachbreite D_B.



a. $A_D = a \cdot b = \left(S + S\right) \cdot T$

$A_D = \left(10{,}00\,m + 10{,}00\,m\right) \cdot 14{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_D = 280\,m^2}}$

b. $S^2 = D_H^2 + \left(\frac{D_B}{2}\right)^2$

$D_H = \sqrt{S^2 - \left(\frac{D_B}{2}\right)^2}$

$D_H = \sqrt{\left(10\,m\right)^2 - \left(\frac{10\,m}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\mathbf{D_H = 8{,}66\,m\ \left(8{,}66254...\right)}}$

c. $A = \frac{D_B \cdot D_H}{2}$

$A = \left(10{,}00\,m \cdot 8{,}66254...\,m\right) : 2$

Lösung: $\underline{\mathbf{A = 43{,}30\,m^2\ \left(43{,}30127...\right)}}$

d. gleichseitiges dreieckiges Prisma

$V = A_G \cdot h$

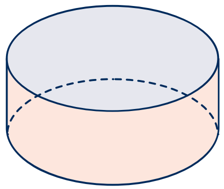
$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot h$

$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(10{,}00\,m\right)^2 \cdot 14{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{A = 606\,m^2\ \left(606{,}21778...\right)}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.5.



Die Fläche A setzt sich zusammen aus der Deckfläche = Grundfläche (hellblau) und der Mantelfläche (rosa) dieses Zylinders.

$A = A_G + A_M$

$A = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$A = \pi \cdot \left(4{,}95\,m\right)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4{,}95\,m \cdot 2{,}80\,m$

$\underline{\mathbf{A = 164{,}0618...\,m^2}}$

Ansatz (Verhältnisgleichung):

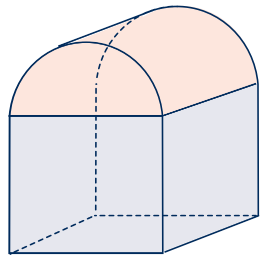
1 m² ≙ 0,3 l

164,0 ... m² ≙ x

x = 49,21... l ⟶ also knapp 50 Liter

Lösung: **Von diesen 10-Liter-Eimern mit Bitumenanstrich werden 5 benötigt.**

Lösung Aufgabe 6.6.



Es handelt sich hier um einen **zusammengesetzten Körper aus** einem **Quader** (hellblau) **und** einem **Halbzylinder** (rosa). Der Radius r des Hallendaches ist die halbe Dachbreite. Die Höhe h der Seitenwand ist die Differenz aus der Gebäudehöhe und diesem Radius.

a. $A_{SW} = l \cdot h$

$A_{SW} = 32{,}00\,m \cdot 10{,}10\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_{SW} = 323{,}2\,m^2}}$

b. $A_{GW} = A_R + A_{Hk}$

$A_{GW} = D_B \cdot h + \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

$A_{GW} = 12{,}80\,m \cdot 10{,}10\,m + \frac{\pi \cdot \left(6{,}40\,m\right)^2}{2}$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_{GW} = 193{,}62\,m^2\ \left(193{,}616...\right)}}$

c. $A_W = 2 \cdot \left(A_{SW} + A_{GW}\right)$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_W = 1.033{,}64\,m^2}}$

d. „Umfang" x eines Halbkreises:

$x = 2 \cdot \pi \cdot r : 2$

$x = \pi \cdot 6{,}40\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{x = 20{,}11\,m\ \left(20{,}10619...\right)}}$

e. Abwicklung des Daches ergibt ein Rechteck mit den Seiten x und l:

$A_D = x \cdot l$

$A_D = 20{,}11\,m \cdot 32{,}00\,m$

Lösung: $\underline{\mathbf{A_D = 643\,m^2\ \left(643{,}39817...\right)}}$

f. Volumen V_D eines **Halb**zylinders:

$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$V_D = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot l}{2}$

$V_D = \frac{\pi \cdot \left(6{,}40\,m\right)^2 \cdot 32{,}00\,m}{2}$

Lösung: $\mathbf{V_D = 2.058{,}87\,m^3\ \left(2.058{,}874...\right)}$

g. $V_H = V_Q + V_D$

$V_H = D_B \cdot h \cdot l + V_D$

$V_H = 12{,}80\,m \cdot 10{,}10\,m \cdot 32{,}00\,m + 2058{,}87\,m^3$

Lösung: $\underline{\mathbf{V_H = 6.195{,}83\,m^3}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.7.

a. Das Sparrengrundmaß beträgt hier 3,40 m, die Dachhöhe ist 2,40 m. Also ist das „Neigungsdreieck" breiter als hoch. Somit ist der Neigungswinkel an der Taufe spitzer als der Winkel am First.
Das Dach ist ein eher flaches.

b. **Berechnungen:**

1. $A_G = a^2$

$A_G = (6{,}80\,\text{m})^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_G = 46{,}24\,m^2}}}$

2. $(S = h_a)$

$h_a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$h_a = \sqrt{(2{,}40\,\text{m})^2 + \left(\frac{6{,}80\,\text{m}}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_a = 4{,}16\,m\ (4{,}16173...)}}}$

3. $A_M = 4 \cdot A_S$

$A_M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$

$A_M = 4 \cdot \frac{6{,}80\,\text{m} \cdot 4{,}16\,\text{m}}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_M = 56{,}60\,m^2\ (56{,}599...)}}}$

4. $g^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$g = \sqrt{(4{,}16\,\text{m})^2 + \left(\frac{6{,}80\,\text{m}}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{g = 5{,}37\,m\ (5{,}37401...)}}}$

5. $\tan\alpha = \frac{GK}{H}$

$\tan\alpha = \frac{D_H}{S_{gm}}$

$\tan\alpha = \frac{2{,}40\,\text{m}}{3{,}40\,\text{m}}$

$\tan\alpha = 0{,}70588...$

Lösung: $\underline{\underline{\boldsymbol{\alpha} \mathbf{= 35°}}}$

Neigungswinkel ist kleiner als 45°, also ein eher flaches Dach. (siehe a.)

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.8.

a. Sparren/**Längsseite**

$h_a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$

$h_a = \sqrt{\left(\frac{7{,}90\,\text{m}}{2}\right)^2 + (6{,}30\,\text{m})^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_a = 7{,}44\,m\ (7{,}4358927...)}}}$

Sparren/**Breitseite**

$h_b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$

$h_b = \sqrt{\left(\frac{8{,}50\,\text{m}}{2}\right)^2 + (6{,}30\,\text{m})^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{h_b = 7{,}60\,m\ (7{,}5995066...)}}}$

b. analog Raumdiagonale/**Quader**

$g^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$

$g = \sqrt{(6{,}30\,\text{m})^2 + \left(\frac{8{,}50\,\text{m}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7{,}90\,\text{m}}{2}\right)^2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{g = 8{,}56\,m\ (8{,}564753...)}}}$

c. A_D ist Mantelfläche/**rechteckige Pyramide**

$A_D = 2 \cdot A_{Sa} + 2 \cdot A_{Sb}$

$A_D = 2 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2} + 2 \cdot \frac{b \cdot h_b}{2}$

$A_D = 2 \cdot \frac{8{,}50\,\text{m} \cdot 7{,}44\,\text{m}}{2} + 2 \cdot \frac{7{,}90\,\text{m} \cdot 7{,}60\,\text{m}}{2}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_M = 123\,m^2\ (123{,}24119...)}}}$

Lösung Aufgabe 6.9.

a. r = halbe Dachbreite = S_{gm}

$A_G = \pi \cdot r^2$

$A_G = \pi \cdot (1{,}60\,\text{m})^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_G = 8{,}04\,m^2\ (8{,}04247...)}}}$

$u = 2 \cdot \pi \cdot r$

$u = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}60\,\text{m}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{u = 10{,}05\,m\ (10{,}0530...)}}}$

b. Sparren = Mantellinie

$S^2 = D_h^2 + \left(\frac{D_B}{2}\right)^2$

$S^2 = (3{,}70\,\text{m})^2 + \left(\frac{3{,}20\,\text{m}}{2}\right)^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{S = 4{,}03\,m\ (4{,}03112...)}}}$

c. A_D ist Mantelfläche/Kegel

$A_D = \pi \cdot r \cdot s$

$A_D = \pi \cdot 1{,}60\,\text{m} \cdot 4{,}03112...\text{m}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_D = 20{,}26\,m^2\ (20{,}26266...)}}}$

d. $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

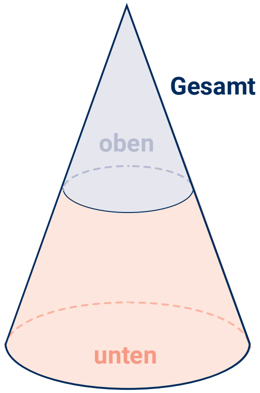
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot S_{gm}^2 \cdot D_h$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}60\,\text{m})^2 \cdot 3{,}70\,\text{m}$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V = 10\,m^3\ (9{,}919055...)}}}$

Lösungen - Kapitel 6

Lösung Aufgabe 6.10.



a. r_u = halbe Dachbreite$_{unten}$

$$V_{ges} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_u^2 \cdot h_{ges}$$

$$V_{ges} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2{,}65\,m)^2 \cdot 6{,}60\,m$$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_{ges} = 48{,}54\,m^3\ (48{,}5360...)}}}$

b. r_o = halbe Dachbreite$_{oben}$

$$V_o = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_o^2 \cdot h_o$$

$$V_o = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}11\,m)^2 \cdot 2{,}15\,m$$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_o = 2{,}77\,m^3\ (2{,}77404...)}}}$

c. $V_u = V_{ges} - V_o$

$$V_u = 48{,}5360...\,m^3 - 2{,}77404...\,m^3$$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{V_u = 45{,}76\,m^3\ (45{,}76199...)}}}$

d. $A_{Dges} = \pi \cdot r_u \cdot S_{ges}$ (A_{Dges} = Mantelfläche)

Dazu zuerst Mantellinie S_{ges} vom gesamten Dachkegel berechnen!

$$S_{ges} = \sqrt{r_u^2 \cdot h_{ges}^2}$$

$$S_{ges} = \sqrt{(2{,}65\,m)^2 + (6{,}60\,m)^2}$$

$$S_{ges} = 7{,}11\,m \quad (7{,}112137...\,m)$$

$$A_{Dges} = \pi \cdot 2{,}65\,m \cdot 7{,}112137...\,m$$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{Dges} = 59{,}21\,m^2\ (59{,}2101...)}}}$

e. $A_{Du} = A_{Dges} - A_{Do}$

Dazu zuerst Mantelflächeninhalt A_{Dges} der Dachspitze oben berechnen!

$A_{Do} = \pi \cdot r_o \cdot S_o$

S_o = Mantellinie oben

Dazu nun zuerst die Mantellinie S_o der Dachspitze (oberer Kegel) berechnen mit dem Radius r_o der Grundfläche (halbe Dachbreite) und der Dachhöhe h_o!

$$S_o = \sqrt{r_o^2 \cdot h_o^2}$$

$$S_o = \sqrt{(1{,}11\,m)^2 + (2{,}15\,m)^2}$$

$$S_o = 2{,}42\,m \quad (2{,}41962...\,m)$$

$$A_{Do} = \pi \cdot r_o \cdot S_o$$

$$A_{Do} = \pi \cdot 1{,}11\,m \cdot 2{,}41962...\,m$$

$$A_{Do} = 8{,}44\,m^2 \quad (8{,}43764...)$$

$\mathbf{A_{Du} = A_{Dges} - A_{Do}} \longrightarrow A_{Du} = 59{,}2101...m^2 - 8{,}43764...m^2$

Lösung: $\underline{\underline{\mathbf{A_{Du} = 51\,m^2\ (50{,}772464...)}}}$

Lösungen - Kapitel 7

Lösung Aufgabe 7.1.

a. Zweitafelprojektion zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

b. Lösung: X = 3,30 m
F = 4,60 m

c. Lösung: S = 5,11 m (5,1088159)
G = 6,08 m (6,0819405)

d. Lösung: U = 35,60 lfd. m

e. Lösung: A_W = 163,76 m²

f. Lösung: A_D = 57,22 m² (57,218738)

g. Lösung: V_D = 115,83 m³

h. tan α = 1,1818182
Lösung: α = 49,8° (49,763642)
D_N = 118%

Lösung Aufgabe 7.2.

a. Lösung: D_N = 90 % (0,90040404)

b. Lösung: X = 5,45 m

c. Lösung: F = 8,50 m

d. Lösung: H = 4,91 m (4,907202)
S = 7,33 m (7,3336984)
G = 9,14 m (9,1370472)

e. Lösung: A_D = 285 m² (284,6748)

Lösung Aufgabe 7.3.

a. Lösung: α = 49° (48,990913)

b. Lösung: B = 9,90 m
X = 4,95 m
F = 12,85 m (=T)

c. Lösung: H = 5,69 m (5,6925)
S = 7,54 m (7,5436...)

d. Lösung: A_D = 193,87 m² (193,872...)

e. Lösung: A_G = 28,18 m² (28,177...)

Lösung Aufgabe 7.4.

Dreitafelprojektion zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens.

Lösung Aufgabe 7.5.

a. Lösung: D_N = 128% (1,279941)

b. Lösung: T_3 = 11,80 m
T_4 = 5,80 m

c. Lösung: X_1 = 5,90 m
X_2 = 4,70 m

d. Lösung: F_1 = 9,40 m
F_2 = 5,80 m

e. Lösung: H_1 = 7,55 m (7,5516554)
S_1 = 9,58 m (9,5831884)
G_1 = 11,25 m (11,253777)

f. Lösung: H_2 = 6,02 m (6,0157255)
S_2 = 7,63 m (7,6340653)
G_2 = 8,96 m (8,9648733)

g. Lösung: V = 2,29 m (2,2889037)

h. $A_D = 2 \cdot T_1 \cdot S_1 + 2 \cdot T_4 \cdot S_2$
Lösung: A_D = 495 m² (494,88235)