

Übungen

BEACHT E

- Zu Beginn der Bearbeitung einer Aufgabe bitte stets prüfen, ob **direkte** oder ob **indirekte** Proportionalität vorliegt.
- Bitte die Lösung der Aufgaben **zuerst mittels Dreisatz** versuchen. Wenn es damit nicht klappt, dann Verhältnisgleichung(en) nutzen.

Aufgabe 4.11.

Ein Team von 4 Dachdeckern deckt in 5 Tagen 150 m² Dachfläche. Wegen guter Auftragslage wird das Team um 2 Kollegen erweitert, die gleich schnell arbeiten. **Wieviel** Quadratmeter Dachfläche schafft das neue gebildete Team in 4 Tagen?

Aufgabe 4.12.

8 Dachdecker decken 7 Dächer in 210 Stunden. Wie lange benötigen dann 6 Dachdecker für 5 Dächer?

Aufgabe 4.13.

3 Lkw transportieren fahren 450 m³ Aushub in 8 Stunden ab. **Wieviel** Kubikmeter Aushub wird dann von 4 Lkw in 7 Stunden abtransportiert?

Aufgabe 4.14.

Dachdeckerlehrling Karl aus Schneeberg im Erzgebirge und seine Freundin Emma haben vor, im Urlaub mit dem Rad an die Ostsee nach Heringsdorf auf Usedom zu fahren. Unterwegs sind viele Pausen für weitere Unternehmungen geplant. Da es ihre erste große Tour ist, rechnen sie für die Hinfahrt 10 Tage mit täglich 4 Stunden Fahrzeit bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h. Auf der Rückfahrt sind sie dann durchtrainiert und nehmen sich täglich 5 Stunden Fahrzeit bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 km/h vor. Berechne, wie viele Tage die Rückfahrt dann dauern wird.

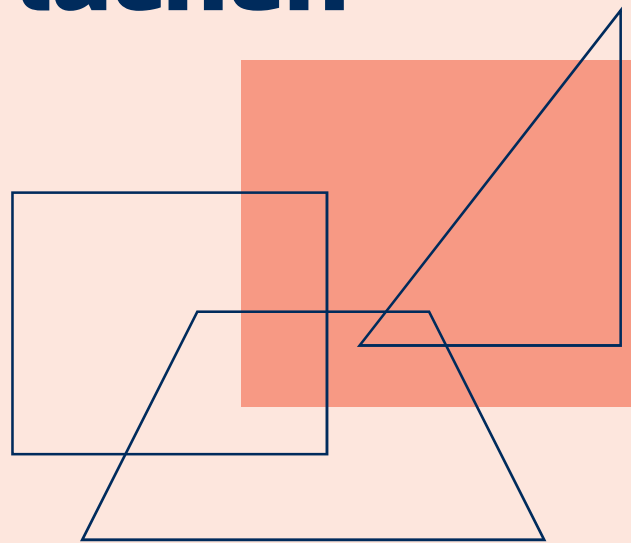
Aufgabe 4.15.

Zum Bau von Schonsteinen wird Zementmörtel verwendet. Die Angabe 1:4 bedeutet dabei für Zementmörtel, dass der Mörtel in der Praxis z.B. aus 1 Schaufel Zement und 4 Schaufeln Sand trocken gemischt wird. Wasser wird hierbei vorerst nicht einbezogen.

- Wieviel Schaufeln Sand muss Dachdeckerlehrling Max zugeben, wenn aus 6 Schaufeln Zement ein Zementmörtel 1:4 hergestellt werden soll?
- Dem Lehrling wird später mitgeteilt, dass er doch aus der in Aufgabe a) beschriebenen Mischung lieber Zementmörtel 1:3 herstellen soll. Entscheide, ob der Lehrling Zement oder Sand zugeben muss. Berechne, wieviel er davon zugeben muss.

Kapitel 5

Berechnungen an ebenen Flächen



5.1. Dreiecksflächen

Unterscheidung der Dreiecke hier in 2 Gruppen:

Name	Rechtwinkliges Dreieck	Allgemeines Dreieck
Skizze der Fläche mit Beschriftung		
Formel für Umfang	$u = a + b + c$	$u = a + b + c$
Formel für Flächeninhalt	$A = \frac{a \cdot b}{2}$ Die Katheten () werden miteinander multipliziert. Auch möglich: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$	$A = \frac{g \cdot h_g}{2}$ Eine Seite (Grundseite g) wird mit der zugehörigen Höhe hg multipliziert. Auch möglich: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$

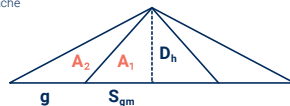
5.1.1. Berechnungen von Dreiecksflächen

Berechnungen des Flächeninhaltes (umgangssprachlich: „Größe der Fläche“)

An der 1,80 hohen Giebelseite eines 10,20 m breiten Hauses mit Satteldach befindet sich ein 3,60 m breiter Vorbau mit einem gleich hohen Satteldach (s. Skizze). Der Giebel des Vorbaus wird mit Schieferplatten bedeckt. Der verbleibende Giebel des Hauses wird verputzt. Berechne die Größe der mit Schiefer bedeckten Fläche und die Größe der verputzten Fläche.

gegeben: $D_h = 1,80 \text{ m}$
 $S_{gm} = 1,80 \text{ m}$
 $g = 3,30 \text{ m}$

gesucht: A_1, A_2



Lösung: $A_1 = \frac{S_{gm} \cdot D_h}{2}$ $A_2 = \frac{g \cdot D_h}{2}$
 $A_1 = \frac{1,80 \text{ m} \cdot 1,80 \text{ m}}{2}$ $A_2 = \frac{3,30 \text{ m} \cdot 1,80 \text{ m}}{2}$

$A_1 =$ rechtwinkliges Dreieck
 $A_2 =$ allgemeines Dreieck

$A_1 = 1,62 \text{ m}^2$ $A_2 = 2,97 \text{ m}^2$

Die mit Schiefer bedeckte Giebelfläche des Vorbaus hat eine Größe von $3,24 \text{ m}^2$ und die verputzte Giebelfläche des Hauses hat eine Größe von $5,94 \text{ m}^2$.

5.2. Vierecksflächen

Die zwei für Dachdecker wesentlichsten Arten der Vierecke

Name	Trapez	Rechteck
Skizze der Fläche mit Beschriftung		
Formel für Umfang	$u = a + b + c + d$ Sonderfall: $u = a + 2b + c$, wenn $b = d$	$u = 2 \cdot (a + b)$
Formel für Flächeninhalt	$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$	$A = a \cdot b$

HINWEIS

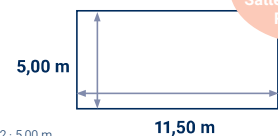
Durch $\frac{a+c}{2}$ berechnet man die Länge der Mittellinie m.

5.2.1. Berechnungen von Rechtecken

Ein Satteldach habe eine Traufhöhe von 11,50 m und eine Sparrenlänge von 5,00 m. Berechne Flächeninhalt und Umfang von einer der beiden Dachhälften.

gegeben: $T = 11,50 \text{ m}$
 $S = 5,00 \text{ m}$

gesucht: A, u



Lösung: $A = T \cdot S$ $u = 2 \cdot T + 2 \cdot S$
 $A = 11,50 \text{ m} \cdot 5,00 \text{ m}$ $u = 2 \cdot 11,50 \text{ m} + 2 \cdot 5,00 \text{ m}$
 $A = 57,5 \text{ m}^2$ $u = 33,00 \text{ m}$

Von einer solchen Dachhälfte beträgt der Flächeninhalt $57,5 \text{ m}^2$ und der Umfang $33,00 \text{ m}$.

Überlegung: Dachflächen von Satteldächern sind Rechtecke

BEACHTEN
 Jede der Teilflächen A1 und A2 gehört zweimal zum jeweiligen Giebel.

5.2.2. Berechnungen von Trapezen

Ein Walmdach habe eine Traufhöhe von 11,50 m, eine Firstlänge von 5,50 m, eine Gratlänge von 5,83 m und eine Sparrenlänge von 5,00 m. Berechne Flächeninhalt und Umfang von einer der beiden großen Dachseiten.

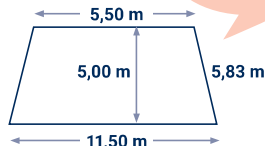
gegeben: T = 11,50 m
S = 5,00 m
F = 5,50 m
G = 5,83 m

gesucht: A, u

Lösung: $A = \frac{T+F}{2} \cdot S$
 $A = \frac{11,50\text{ m} + 5,50\text{ m}}{2} \cdot 5,00\text{ m}$
 $A = 42,5\text{ m}^2$

$u = T + 2 \cdot G + F$
 $u = 11,5\text{ m} + 2 \cdot 5,83\text{ m} + 5,50\text{ m}$
 $u = 28,66\text{ m}$

Von einer solchen Dachseite beträgt der Flächeninhalt 42,5 m² und der Umfang 28,66 m.



Überlegung:
Zwei Teilflächen
von Walmdächern
sind Trapeze

5.2.3. Weitere Arten von Vierecken

Name	Parallelogramm	Raute (oder Rhombus)	Drachenviereck
Skizze der Fläche mit Beschriftung			
	Gegenüberliegende Seiten sind parallel und gleichlang	Gegenüberliegende Seiten sind parallel und alle vier gleichlang	Je zwei nebeneinanderliegende Seiten sind gleich lang
Formel für Umfang	$u = 2 \cdot (a + b)$	$u = 4 \cdot a$	$u = 2 \cdot (a + b)$
Formel für Flächeninhalt	$A = a \cdot h_a$ $(A = b \cdot h_b)$	$A = a \cdot h_a$	$A = \frac{e \cdot f}{2}$

5.3. Kreis, Kreissektor und Kreissegment

Formeln zur Berechnung an diesen Flächen

Name	Kreis	Kreissektor	Kreissegment
Skizze der Fläche mit Beschriftung			
	r ist der Radius d ist der Durchmesser	b ist die Länge des Kreisbogens. alpha ist der Zentrwinkel in Grad	Segmenthöhe ist kleiner als r !!
Formel für Kreisumfang bzw. Länge des Kreisbogens b	$u = 2 \cdot \pi \cdot r$ oder $u = \pi \cdot d$	$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$	$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$
Formel für Flächeninhalt	$A = \pi \cdot r^2$ oder $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$	$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} r \cdot r \cdot \sin \alpha$ Fläche des Kreissektors minus Dreieck unter Kreissegment

5.3.1. Berechnungen am Kreis

Der große Turm vom Schloss Schwarzenberg/Erzgebirge (s. Bild) hat einen Durchmesser von 10,80 m. Berechne Umfang und Flächeninhalt der Grundfläche seines kegelförmigen Daches.

gegeben: d = 10,80 m gesucht: u, A

Lösung: $u = \pi \cdot d$
 $u = \pi \cdot 10,80\text{ m}$
 $u = 33,93\text{ m}$

$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$
 $A = \frac{\pi}{4} \cdot (10,80\text{ m})^2$
 $A = 91,61\text{ m}^2$



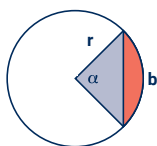
Schloss Schwarzenberg im Erzgebirge in Sachsen

Die Grundfläche des Turmdaches hat einen Umfang von 33,93 m und einen Inhalt von 91,61 m².

5.3.2. Berechnungen an Kreissektor und Kreissegment

In die Grundfläche dieses Turmdaches möchte man einen Aufbau einbauen. Dazu müsste ein Kreissektor (hellblaue Fläche + rosa Fläche) mit einem Winkel von 110° aus der Grundfläche ausgespart und wegen der Statik eine Metallplatte (rosa) am Kreisrand eingebaut werden.

Berechne den Inhalt der ausgesparten Fläche, den Inhalt der Fläche der Metallplatte und die Länge des Bogens an der Metallplatte.



gegeben: $r = 5,40 \text{ m}$
 $\alpha = 110^\circ$

gesucht: A_1, A_2, b

Lösung: $A_1 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

$A_1 = \pi \cdot (5,40 \text{ m})^2 \cdot \frac{110^\circ}{360^\circ}$

$A_1 = 27,99 \text{ m}^2$

$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

$b = 2 \cdot \pi \cdot 5,4 \text{ m} \cdot \frac{110^\circ}{360^\circ}$

$b = 10,37 \text{ m}$

$A_2 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin \alpha$

$A_2 = \pi \cdot (5,40 \text{ m})^2 \cdot \frac{110^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot (5,40 \text{ m})^2 \cdot \sin 110^\circ$

$A_2 = \pi \cdot 29,16 \text{ m}^2 \cdot \frac{110^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot 29,16 \text{ m}^2 \cdot 0,9397$

$A_2 = 14,29 \text{ m}^2$

Die Aussparung hat einen Flächeninhalt von $27,99 \text{ m}^2$. Die Metallplatte hat einen Flächeninhalt von $14,29 \text{ m}^2$. Die Länge des Bogens beträgt $10,37 \text{ m}$.

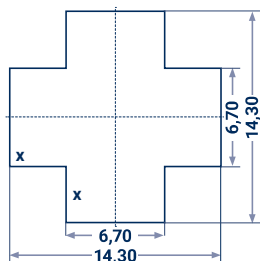
5.4. Zusammengesetzte Flächen

5.4.1. Vorüberlegungen

Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Flächeninhalt und der Umfang zu berechnen.

Für die Berechnung des Flächeninhaltes sind grundsätzlich 2 Varianten möglich:

1. Summe von Teilflächen oder
2. Differenz von Teilflächen (Diese Variante wird oft übersehen, kann aber sehr vorteilhaft sein.)



Für die Berechnung des Umfangs gibt es hier ebenfalls verschiedene Varianten:

1. Summe aller Teilstrecken (hier Wandlängen) bilden oder
2. man kann sich die Seiten x nach außen verschoben vorstellen und somit einfach die Umfangsformel für das dadurch entstandene große $14,30 \text{ m}$ lange Quadrat anwenden. Dass dabei der Flächeninhalt der Grundfläche verändert wird, spielt dabei keine Rolle. Der Umfang bleibt gleich.

5.4.2. Berechnungen

Variante 1 (etwas umständlich)

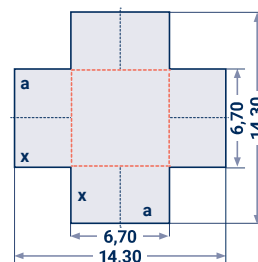
Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Umfang und der Flächeninhalt zu berechnen

gegeben: $a = 6,70 \text{ m}$
 $x = 3,80 \text{ m}$ gesucht: u, A

$14,30 - 6,70 = 7,60 \rightarrow 7,60 : 2 = 3,80$

Lösung: $u = 4 \cdot a + 8 \cdot x$
 $u = 4 \cdot 6,70 \text{ m} + 8 \cdot 3,80 \text{ m}$
 $u = 57,20 \text{ m}$

$A = a^2 + 4 \cdot a \cdot x$
 $A = (6,70 \text{ m})^2 + 4 \cdot 6,70 \text{ m} \cdot 3,80 \text{ m}$
 $A = 146,73 \text{ m}^2$



Es wird die Summe aller Teilstrecken gebildet.

Es wird die Summe aller Teilflächen gebildet.

Variante 2 (etwas cleverer)

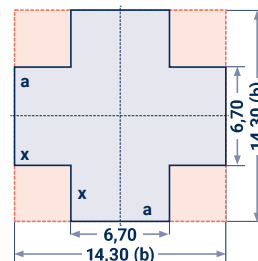
Gegeben ist der abgebildete Grundriss eines Hauses. Für die gleichgroße Grundfläche des Daches ist der Umfang und der Flächeninhalt zu berechnen

gegeben: $b = 14,30 \text{ m}$
 $x = 3,80 \text{ m}$ gesucht: u, A

$14,30 - 6,70 = 7,60 \rightarrow 7,60 : 2 = 3,80$

Lösung: $u = 4 \cdot b$
 $u = 4 \cdot 14,30 \text{ m}$
 $u = 57,20 \text{ m}$

$A = b^2 - 4 \cdot x^2$
 $A = (14,30 \text{ m})^2 - 4 \cdot (3,80 \text{ m})^2$
 $A = 146,73 \text{ m}^2$



Es wird der Umfang des großen Quadrates berechnet.

Es wird die Differenz von Teilflächen gebildet.

Gleiche Aufgabe, ein anderer Rechenweg!

Übungen

Aufgabe 5.1.

Ergänze in der Tabelle für verschiedene Rechtecke mit den Seiten a und b jeweils den Flächeninhalt A und den Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
Seite a in m	5	0,70	0,40	1,50	0,08	9,00	8,00	6,00
Seite b in m	4	2,00	0,60	3,00	2,50	7,00	6,00	1,20
Berechne:								
Flächeninhalt A in m ²								
Umfang u in m								

Ergänze in dieser Tabelle für verschiedene Rechtecke die fehlenden Seiten a bzw. b und den fehlenden Flächeninhalt A bzw. Umfang u. Rechne möglichst im Kopf.

Rechteck	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16
Seite a in m	11	0,80	0,90	0,04				
Seite b in m					15	5,00	0,40	0,07
Berechne:								
Flächeninhalt A in m ²	77	2,40	0,45	0,032				
Umfang u in m					42	22,00	2,60	0,54

Übungen

BEACHTET

Zu Beginn der Bearbeitung einer jeden Aufgabe bitte stets prüfen, welche Flächenart jeweils vorliegt.

Aufgabe 5.2.

Ein Pultdach hat eine Breite von 6,60 m und eine Höhe von 70 cm. Berechne den Flächeninhalt des Giebels.

Aufgabe 5.3.

Der Giebel eines Satteldaches hat eine Breite von 9,60 m und eine Höhe von 4,80 m. Berechne den Flächeninhalt des Giebels.

Aufgabe 5.4.

Der Giebel eines Krüppelwalmdaches hat eine untere Breite von 12,60 m, eine obere Breite von 5,60 m und eine Höhe von 2,80 m. Berechne den Flächeninhalt der Giebelfläche.

Aufgabe 5.5.

Berechne jeweils den Umfang der Giebelflächen aus den Aufgaben 5.2., 5.3. und 5.4.

Aufgabe 5.6.

An der 8,50 m breiten Seite eines Hauses befindet sich im Erdgeschoss ein halbkreisförmiger Anbau, auf dessen Dachfläche ein Balkon für das erste Obergeschoss geplant ist (s. Skizze). Deshalb muss die Fläche isoliert werden. Berechne die Größe der zu isolierenden Fläche und die Länge der gebogenen Dachrinne für diesen Anbau.



Draufsicht

Übungen

Aufgabe 5.7.

Die Wände eines Hauses sollen mit Schieferplatten verkleidet werden. Das Haus hat die Außenmaße von 8,50 m mal 10,20 m. Die zu verkleidenden Flächen sind 3,30 m hoch (die Giebel sind schon mit Schiefer verkleidet). Unterhalb und auch oberhalb der zu verkleidenden Fläche muss ringsum ein sogenanntes Lüftungsband angebracht werden. Lüftungsbänder werden zur Hinterlüftung, zur Insektenabwehr und zum Schutz gegen Vogeleinflug eingesetzt.

- Berechne, wieviel laufende Meter Lüftungsband benötigt werden.
- Berechne, wieviel Quadratmeter Wand mit Schiefer verkleidet werden sollen.
- Berechne den Preis für die Schieferplatten, wenn 42 Stück je Quadratmeter benötigt werden, eine Schieferplatte 0,80 € kostet und wegen Verschnitt 105% gekauft werden.

Aufgabe 5.8.

Die Skizze zeigt die Draufsicht eines Hauses. Bei der Herstellung des Daches soll ringsum ein Dachrandprofil angebracht werden.

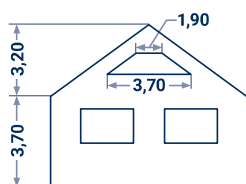
- Wieviel laufende Meter Profil werden benötigt?
- Welche Maße würden noch benötigt, wenn der Flächeninhalt der Grundfläche des Daches berechnet werden soll?



Aufgabe 5.9.

Die rechts abgebildete Giebelwand ist 7,90 m breit. Das Dachfenster ist 95 cm hoch. Die beiden anderen Fenster haben die Abmessungen von 2,10 m mal 1,20 m. Berechne den Flächeninhalt dieser Giebelwand ohne die Fenster.

Entnimm die fehlenden Maße der Skizze. Sämtliche Angaben in der Skizze erfolgen in Meter.

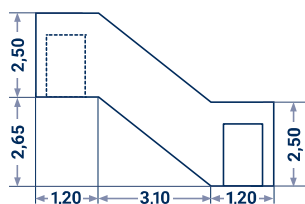


Aufgabe 5.10.

Dargestellt ist ein Treppenaufgang mit zwei Türen. Die hintere Seitenfläche des Aufgangs hat die Tür auf dem oberen Treppenabsatz. Die Türen haben beide die Abmessung von 2,04 m mal 96 cm. Die beiden Seitenflächen des Aufgangs sollen verkleidet werden. Die oberen Kanten beider Seitenflächen sollen mit einem Profil gefasst werden.

- Berechne die Größe der zu verkleidenden Fläche ohne Türen.
- Berechne, wieviel laufende Meter Profil benötigt werden.

Runde deine Endergebnisse stets auf 2 Stellen nach dem Komma.



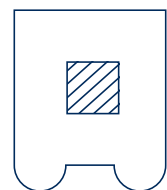
62

Übungen

Aufgabe 5.11.

Die Skizze rechts zeigt den Grundriss (und somit auch die Grundfläche des herzustellenden Daches) eines quadratischen Hauses mit zwei halbkreisförmigen Anbauten und einem kleinen Patio (schraffiert). Der Patio soll hier **nicht** überdacht werden. Der quadratische Teil des Hauses hat außen eine Abmessung von 15,00 m. Auch der Patio ist quadratisch, seine Seitenlänge beträgt 5,00 m. Die beiden halbkreisförmigen Anbauten sind gleichgroß und 5,00 m voneinander entfernt.

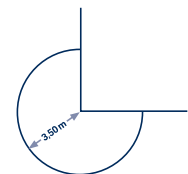
- Wieviel laufende Meter Dachrandprofil werden benötigt?
- Welchen Flächeninhalt hat die Gesamtdachfläche?



Aufgabe 5.12.

Der rechts abgebildete Anbau hat die Form eines Kreissektors. Eine Dachdeckerfirma soll diese Fläche isolieren und mit einem umlaufenden Profil versehen.

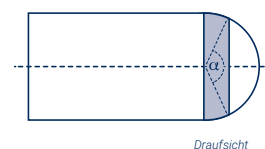
Berechne den Flächeninhalt der Grundfläche des Anbaus und die Länge des Profils.



Aufgabe 5.13.

An der 8,50 m breiten Seite eines Hauses befindet sich im Erdgeschoss eine halbkreisförmige Terrasse. Im Obergeschoss darüber ist ein Balkon geplant, dessen Grundfläche (hellblau) im Wandbereich teilweise dem Terrassenrand als Kreisbogen folgt, dann jedoch in einer parallel zur Hauswand verlaufenden geraden Linie verläuft (siehe Skizze). Der Winkel α wurde mit 120° gemessen.

- Berechne die Größe der Terrassengrundfläche.
- Berechne die Größe der Balkongrundfläche.



Draufsicht

63

HINWEIS

Ein Patio (das Wort kommt aus dem Spanischen) ist ein Innenhof, der vor allem als kühlender Schattenspendler in südlichen Ländern gebaut wird.